Anatomie einer Mathematik-Vorlesung

Gilbert Brands

Zusammenfassung: Mathematik zählt mittlerweile in Ingenieurstudiengängen an Fachhochschulen zu den Problemfächern und wird für hohe Abbrecherquoten mit verantwortlich gemacht. Am Beispiel einer Mathematik-II-Vorlesung werden Mängel in der Studierfähigkeit vieler Studenten deutlich gemacht. Die Reaktionen der betroffenen Studenten und der Dozenten auf die schlechten Klausurergebnisse geben wenig Anlass zum Optimismus.

20. Februar 2002

1. Anlass zu dieser Betrachtung

In dieser Studie wird eine Mathematik-II-Vorlesung im zweiten Semester von Ingenierstudiengängen an einer Fachhochschule untersucht. Die Mathematik wird für die Studienrichtungen Elektrotechnik, Informatik und Medientechnik über zwei Semester gemeinschaftlich gelehrt und erst im dritten Semester teilweise aufgespalten. Im ersten Semester wird mit jeweils vier Semesterwochenstunden lineare Algebra und Analysis gelesen, im zweiten Semester wird die Analysis mit weiteren vier Semesterwochenstunden fortgesetzt. Im ersten Semester werden Übungen im Umfang von zwei weiteren Semesterwochen in separaten Gruppen durchgeführt, im zweiten Semester sind Übungen im Umfang von einer Semesterwochenstunde in die Veranstaltung integriert.

Traditionell wird die Fortsetzung der Analysis über zwei Semester von den Studierenden gerne übersehen: lineare Algebra wird als das leichtere Teilfach empfunden, in dem mehr Punkte für das Bestehen der gemeinsamen Klausur gewonnen werden können. Die Übungstätigkeit richtet sich überwiegend auf dieses Teilgebiet, und bei vielen Klausuren im ersten Semester werden 60-80% der Punkte in der Algebra gewonnen. Die Grundlagen in der Analysis werden nicht mit der gleichen Intensität geübt, und die Kenntnisse stehen im zweiten Semester in dem Teilgebiet, das fortgesetzt wird, nicht in ausreichendem Maße zur Verfügung. Als Konsequenz fallen die Klausurergebnisse in Mathematik II deutlich schlechter aus als in Mathematik I.

Im Wintersemester 2001/2002 hat dies zu einer Durchfallquote von 84% in der Mathematik II geführt. Es muss wohl nicht extra darauf hingewiesen werden, dass mit solchen Ergebnissen niemand gedient ist und Möglichkeiten der Abhilfe gesucht werden sollten. Andererseits sind hohe Durchfallquoten ein bekannter Nebeneffekt in der jedem zum Nulltarif offen stehenden Hochschullandschaft und alles andere als neu, so dass Erwartungen in Maßnahmen nicht zu hoch geschraubt werden sollten. Viele Dozenten gestehen unumwunden zu, dass hohe Durchfallquoten und damit verbunden ein hoher Schwund an Studierenden bereist während ihres Studiums die Regel waren und sich im Laufe der Jahrzehnte eigentlich wenig geändert hat.

Nicht zuletzt durch die politischen Vorgaben verursacht, scheint aber die Neigung zu einer echten Diskussion von Möglichkeiten zur Vermeidung solcher Zahlen derzeit in Hochschullehrerkreisen äußerst gering zu sein. Politisch wird nämlich die Finanzierung der Fachbereiche nach einem Schlüssel bestehend aus Anfänger/Sollzahlen, Studienerfolg innerhalb der Regelstudienzeit und Frauenanteil an den Studierenden berechnet. Einfach ausgedrückt: wer in Prüfungen niemand durchfallen läßt, bekommt viel Geld. In Verbänden der Wirtschaft wird dazu die Ansicht vertreten, die Hochschulen sollen dem durch eine gute Vorauswahl der Studenten begegnen, und einige Hochschulen beschreiten offenbar bereits diesen Weg. Allerdings benötigt ein solches System Zeit, um wirksam zu werden, denn für ein Auswahlverfahren müssen hinreichend viele Bewerber vorhanden sein, die sich aber erst einstellen, wenn beispielsweise durch das Ansehen der Absolventen eine Gegenleistung zu erwarten ist. Senkungen der Anforderungen oder spektakuläre „Wundermittel“ wie Schlüsselqualifikationen oder Projektstudium erscheinen als der einfachere Weg, zumal wenn die Anforderungen andere betreffen und die Wundermittel zunächst einmal per Definition Wunder bewirken. In der Praxis zeigen sich aber schnell Grenzen der Anforderungssenkung, und die Wundermittel erweisen sich als weniger wirksam als erwartet. Ebenfalls einfach ausgedrückt: die Durchfallquoten bleiben an bestimmten Stellen unangenehm hoch oder erhöhen sich sogar noch, wenn an anderer Stelle durch Senkung der Anforderungen die Grundlagen nicht mehr vorhanden sind.

Ein gemeinsames Konzept zur Lösung des Problems kommt aber unter den derzeitigen Bedingungen nicht zustande. Im Gegenteil: die Verantwortung wird der Einfachheit halber vollständig dem betroffenen Prüfer mit der Unterstellung überzogener Anforderungen zugeschoben. Als „Beweis“ werden Studentenbefragungen durchgeführt, die sich zweckmäßigerweise vorzugsweise auf die schwachen Studenten beschränken, wobei die Art der Veröffentlichung der Ergebnisse teilweise deutlich unterhalb der Gürtellinie liegt. Vorschläge, auch Studentenmeinungen höherer Semester retrospektiv oder Einschätzungen der Studenten durch die Dozenten relativierend zu berücksichtigen, werden als unseriös abgetan. Diese einseitige und leicht zu bewerkstelligende Schuldzuweisung, die zusätzlich mit einer Verweigerung der Einsicht in die von den Studierenden erbrachten Prüfungsleistungen zur Überprüfung dieser Vorwürfe einhergeht, zieht sich offenbar bis in die Hochschulleitung. Offensichtlich interessiert sich derzeit kaum jemand für die von den Studenten erbrachte Leistung und die Folgefrage, ob überhaupt Spielraum für andere Bewertungen vorhanden ist, auch wenn das natürlich lautstark geleugnet wird (*jedenfalls meistens*). Auf jeden Fall führt der gegenteilige Effekt -bestandene Prüfungen ohne dies begründende fachliche Kenntnisse der Studenten- zwar zunehmend zu Problemen in den folgenden Fächern, jedoch bislang ebenfalls nicht zu Diskussionen.

Da eine Diskussion derzeit immer wieder im Politisieren an der falschen Stelle untergeht und sich die Protagonisten der „Wundermittel“ immer lautstarker unter zunehmender Ignoranz von Fakten zu Wort melden, ist es nun wohl an der Zeit, auch einmal einen Bericht aus der „dunklen Ecke“ vorzulegen, der nicht einfach nebenbei vom Tisch gewischt werden kann.

2. Der Stoffplan

Die Diplomprüfungsordnung sieht für das zweite Semester die Fortsetzung der Differentialrechnung einer reellen Variablen, die Differentiation von Funktionen mit mehreren Variablen, die Integration von reellen Funktionen einer Variablen mit verschiedenen Spezialisierungen wie Kurvenlängen, Rotationsflächen und Rotationskörpern, mehrfache Integrale über Flächen und Volumina, Zusammenhänge zwischen Linien- und Flächenintegralen sowie Flächen- und Volumenintegralen sowie darauf aufbauend einige Beziehungen der Vektoranalysis vor. Zu diesen größeren Themenkreisen gehören die üblichen bekannten Detailpläne. Insgesamt soll dem zukünftigen Ingenieur der Umgang mit den mathematischen Werkzeugen vermittelt werden, die er für die Umsetzung von Aufgaben benötigt, aber nicht unbedingt die für die Entwicklung neuer Theorien notwendige mathematische Tiefe.

Da vor zwei bis drei Semestern der zeitliche Umfang der Mathematik I um 20% (*zwei Semesterwochenstunden*) gekürzt wurde, ohne den Inhalt der Diplomprüfungsordnung entsprechend zu minimieren, und gleichzeitig infolge recht merkwürdiger Schulreformen der laut Lehrplänen verbindliche Kenntnisstand immer seltener erreicht wird, ist dieses Pensum kaum zu schaffen, da Stoff aus dem ersten Semester teilweise fehlt und nachgetragen werden muss. Je nach didaktischem Konzept des Dozenten werden daher zwangsweise bestimmte Schwerpunkte gesetzt, die mit dem Wechsel der Dozenten von Jahrgang zu Jahrgang leicht variieren können. Im Wintersemester 2001/2002 wurde das folgende Konzept verfolgt:

a) Vertiefende Diskussion der Funktionen einer reellen Variablen in ihren verschiedenen Formen

$$y=f(x) \quad , \quad \vec{a}(t)=\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad , \quad \vec{b}(t)=\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad , \quad F(x,y)=0$$

sowie die Ableitungen der verschiedenen Formen. Unter Rückgriff auf den Stoff der linearen Algebra im ersten Semester werden insbesondere die Begriffe Punkt und Vektor untersucht, bei der parametrischen Form der Begriff der Bogenlänge, der Krümmung, der Normalen und der Evolvente eingeführt und Übungen zur Berechnung der Größen durchgeführt. Weitere Beziehungen der Differentialgeometrie werden nicht diskutiert.

Verstanden wirde dies als praxisorientierte Synthese der erlernten Kenntnisse aus linearer Algebra und Analysis, da parametrische Funktionen in einer großen Anzahl praktischer Anwendungen unabdingbar sind.

b) Erweiterung der Begriffe aus a) auf Funktionen mehrerer Variablen, so weit möglich. Die verschiedenen Darstellungsformen der Funktionen werden ebenfalls nebeneinander gestellt. Hierdurch sollen die wesentlichen Begriffe für ein Verständnis von Flächenbeschreibungen vermittelt werden, die sowohl für die Informatik (*Splines, Konstruktion, Bildverarbeitung usw.*) als auch für die Elektrotechnik (*Reflexion von Wellen usw.*) von Bedeutung sind.

Partielle Ableitungen und das totale Differential werden eingeführt und Anwendungen vorgestellt. Methoden der Vektorrechnung werden für die Diskussion von Tangentialvektoren, Ebenen und Normalen angewendet.

c) Die Methoden der Differentialrechnung mit mehreren Variablen werden auf Funktionen einer komplexen Variablen angewandt und die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen abgeleitet. Die Bedeutung für die Grundlagen der Elektrotechnik werden angerissen.

Die Untersuchungen wurden auf die von der reellen Analysis übertragbaren Zusammenhänge beschränkt. Auf ein weiteres Eindringen in die Funktionentheorie im Komplexen wird verzichtet.

d) Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen werden in Theorie und praktischen Beispielen diskutiert und in Übungen vertieft..

e) Einführung des Integralbegriffs (*Riemannsches Integral*) und Lösungsstrategien mittels des unbestimmten Integrals, der partiellen Integration, der Variablensubstitution, der Partialbruchzerlegung und der numerischen Integration. Für die Untersuchungen der grundsätzlichen Existenz eines Integrals werden uneigentliche Integrale verschiedenen Typs untersucht und der Mittelwertsatz der Integralrechnung mit Übungen eingeführt.

f) Einführung des Orthogonalitätsbegriffs bei der Integration von Funktionen über einem Intervall durch Bezugsbildung zur linearen Algebra. Die trigonometrischen Funktionen werden ausführlich untersucht, die notwendigen Additionstheoreme über komplexe Zahlen als vertiefende Rechenübung abgeleitet. Als wichtige Anwendung, die jedoch erst in späteren Semestern genauer untersucht wird, wird der Begriff der Fouriertransformation vorgestellt.

   Ergänzend wird der Orthogonalitätsbegriff auf Polynome ausgedehnt und das Schmittsche Orthogonalisierungsverfahren als praktische Integrationsübung vorgestellt.

g) Mathematische Anwendungen des Integrals bei der Berechnung von Flächen, Rotationsflächen, Kurvenlängen, Volumina von Rotationskörpern werden vorgestellt und praktisch geübt.

h) Mehrfachintegrale werden systematisch eingeführt und ihre Berechnung durch sukzessive Rückführung auf einfache Integrale geübt.

i) Wegintegrale über Funktionen mehrerer Variablen werden theoretisch diskutiert. Die praktische Berechnung von Wegintegralen erfolgt wegen der einfachen elementaren Berechenbarkeit an Funktionen einer komplexen Variablen.

   Die Wichtigkeit des Rechnens mit komplexen Größen muss nicht betont werden und stellt eine weitere Übung für den Umgang damit dar.

j) Erweiterung der Theorie der Folgen aus dem ersten Semester auf die Theorie der Reihen. Die Einführung erfolgt anhand einfacher Beispiele, die Probleme der Konvergenzbewertung werden aufgezeigt. Verschiedene Konvergenzkriterien -Quotientenkriterium, Wurzelkriterium, Integralkriterium, Majoranten- und Minorantenkriterium- werden vorgestellt und an Beispielen geübt.

k) Einführung in die Reihenentwicklung von Funktionen. Die Taylorsche Formel wird mit Hilfe der partiellen Integration abgeleitet (*Anwendung der partiellen Integration*), verschiedene Funktionen werden in Reihen entwickelt (*Übung*) und die praktische Anwendbarkeit der Reihen durch Abschätzung von Restfehlern mit Hilfe des Restgliedes der Entwicklung in Übungen ermittelt.

Bei allen Themen wird die Diskussion stets auf einfache anschauliche Fälle beschränkt, die Anzahl der Beweise klein gehalten. Mindestens ein Beispiel wird vollständig vorgestellt oder geübt, bei verfügbarer Zeit auch mehrere Beispiele.

Nicht mehr zur Diskussion kommen Zusammenhänge zwischen Weg- und Flächenintegralen sowie Flächen und Volumenintegralen (*Greenscher Satz, Stokesscher Satz usw.*) sowie deren Fortsetzung in der Vektoranalysis (*der Begriff Gradient wird angerissen, die Diskussion von Divergenz, Rotation und der Beziehungen der Begriffe untereinander ist zeitlich nicht möglich*), obwohl dies in vereinfachter Form bereits in der Vorlesung Elektrotechnik I im ersten Semester verwendet wird. Mit diesem Stoffumfang, der bei ca. 85% des auf der HomePage der Abteilung beschriebenen liegt, wird das Semester beendet.

3. Ablauf der Veranstaltungen

3.1. Allgemeines

Mit den Studenten wurden in der ersten Veranstaltung die notwendigen Arbeitsregeln diskutiert. Die Notwendigkeit bestimmter Regeln angesichts eines Dozenten auf der einen Seite und einer Gruppe von bis zu 80 Studenten auf der anderen Seite wurde offenbar eingesehen. Insbesondere hingewiesen wurde auf:

a) Der Veranstaltungstitel ist „Mathematik II“, d.h. der Inhalt von „Mathematik I“ wird vorausgesetzt und nicht erneut wiederholt. Studierende mit Mängeln (*fehlende Scheine usw.*) sind selbst für eine Aufarbeitung verantwortlich.

b) „Übungen“ bedeutet, dass die Aufgaben von den Studierenden bearbeitet und vorgestellt werden. Der Dozent ist nicht für die Präsentation der Lösung zuständig, sondern für Hilfestellungen und Ausräumung von Verständnisproblemen. Wird kein Lösungsversuch von den Studierenden präsentiert, so ist dies gleichbedeutend damit, dass überhaupt keine Lösung vorgestellt wird.

c) Verständnisprobleme beim Stoff können nur durch eine zweiseitige Kommunikation ausgeräumt werden. Dem Dozent muss unterstellt werden, dass er den Stoff in der bestmöglichen Form präsentiert und kaum eine Möglichkeit hat, Probleme auszuräumen, sofern die Studierenden nicht ihre Reflexionen des Stoffs mit ihm diskutieren, sondern sich auf den Standpunkt „verstehe ich nicht“ zurückziehen.

d) Auch außerhalb der Vorlesung können jederzeit Fragen und Probleme mit dem Dozenten diskutiert werden. Das trifft auf alle Dozenten der Abteilung zu, d.h. die Studierenden können und sollen sich mit Fragen auch an andere Dozenten wenden, sofern aus zeitlichen oder persönlichen Gründen der Mathematik-Dozent als Gesprächspartner ausscheidet.

e) Die Schwerpunkte der Themen können sich bei Wechsel des Dozenten leicht verschieben und die Darstellungsart ist von Dozent zu Dozent unterschiedlich. Das Besuchen von Vorlesungen und das Besorgen von Mitschriften nicht besuchter Veranstaltungen ist dringend zu empfehlen. Ein Vorlesungsskript wird nicht angeboten.

Auf das von meiner HomePage ladbare Qualitätsmanagement-Handbuch, in dem ein großer Teil dieser Prozesse ebenfalls beschrieben ist, wurde hingewiesen.

3.2. Teilnahmeverhalten

Die Veranstaltung wurde wöchentlich in zwei Terminen jeweils Freitags von 8.00-9.30 Uhr und 13.40-15.10 Uhr durchgeführt. In der ersten Veranstaltung war der für 50 Personen ausgelegte Hörsaal mit ca. 75-80 Studenten überfüllt. Auf Befragen wurde von allen anwesenden Studenten signalisiert, regelmäßig erscheinen zu wollen. Aus diesem Grunde wurde umgehend ein größerer Hörsaal reserviert, der ab der zweiten Woche zur Verfügung stand. Bereits bei der ersten

Veranstaltung im größeren Hörsaal in der zweiten Woche zeigte sich aber, dass die Teilnehmerzahl der ersten Veranstaltung nicht mehr erreicht wurde und die ursprüngliche Kapazität außer für den ersten Termin für alle weiteren vollständig ausgereicht hätte. Bereits nach wenigen Veranstaltungen pendelte sich die Teilnehmerzahl auf ca. 25-30 Studenten pro Termin ein und sackte im letzten Drittel des Semesters nochmals auf 20-25 (*teilweise sogar weniger*) ab.

Weiterhin zeigte sich, dass zwischen beiden Veranstaltungsterminen trotz etwa gleicher Teilnehmerzahl eine Fluktuation von bis zu 50% herrschte, d.h. ein Großteil der ca. 25 Studenten besuchte jeweils nur eine der Veranstaltungen. Begründet wurde dies mit Überschneidungen mit anderen Veranstaltungen, was aber nur auf Wiederholer aus höheren Semestern zutrifft. Da bei Studienbeginn im Sommersemester nur etwa ein Drittel bis zur Hälfte der Einschreibezahlen des Wintersemesters erreicht werden und das Klausurergebnis Mathematik II im vorhergehenden Sommersemester nur unwesentlich besser als das hier diskutierte ausgefallen war, lag der geschätzte Anteil der Wiederholer an der Gesamtzahl aller potentiellen Teilnehmer bei etwa 50%.

Eine Überprüfung der Stundenpläne zeigte tatsächlich starke Überschneidungen, zumal drei Studienrichtungen betroffen sind. Es konnten keinerlei Möglichkeiten des Verlegens der Veranstaltung gefunden werden, es sei denn, die Mathematik wäre vollständig in die Zeit nach 17.00 Uhr Freitags oder Samstags verlegt worden. In den vorhergehenden Semestern wurde bei der Semesterplanung meist erfolgreich versucht, derartige Überschneidungen auf ein Minimum zu reduzieren. Da jedoch inzwischen in zwei Studiengängen in jeweils unterschiedlichen Semestern so genannte Projekttage von allen anderen Veranstaltungen freigehalten werden müssen und somit komplett für die Planung fortfallen, besteht für die Planung keine Möglichkeit der Überschneidungsvermeidung mehr. Es blieb daher keine andere Möglichkeit, als den Studenten zu empfehlen, sich für Mitschriften, Nacharbeiten und Übungen selbst zu organisieren und von der Möglichkeit der Diskussion des Stoffs mit dem Dozenten außerhalb der Vorlesungstermine Gebrauch zu machen.

Auch bei einer Reihe von Studenten des zweiten Semesters wurde eine Fluktuation beobachtet, wobei die Betroffenen auf Befragen bemerkten, dass ihnen der frühe Termin nicht genehm sei oder ein zwischen den Veranstaltungen liegendes Praktikum viel Aufmerksamkeit erfordere. Eine direktere Fragestellung führte zu dem Zugeständnis, dass die Teilnahme nach Vorlieben für bestimmte Fächer gestaltet wurde, jedoch nicht nach Notwendigkeit des Studiums. Die Teilnahme dieser Gruppe wurde im Laufe des Semesters bei fortschreitendem Rückstand infolge ihres Verhaltens geringer und hörte schließlich bei den meisten ganz auf.

Konsequenz der partiellen Teilnahme ist natürlich eine partielle Kenntnisnahme des Stoffs. Verschiedene Organisationsmöglichkeiten wurden in der Vorlesung zur Orientierungshilfe vorgestellt. Trotz mehrfachem Anraten, sich zu organisieren, muss aber festgestellt werden, dass eine Organisation nicht zustande kam bzw. sogar eine Kommunikation zwischen den Studenten nicht besteht. Auch von der Gesprächsmöglichkeit mit dem Dozenten wurde kein Gebrauch gemacht. Allerdings sind auch, so weit dies nachvollziehbar war, keine Beschwerden an anderer Stelle geführt worden.

Ebenfalls auf ausdrücklichen Wunsch aller noch in den Vorlesungen erscheinenden Studenten wurde nach dem ersten Drittel des Semesters ein Tutorium eingerichtet. Nach Angaben des Tutors wurde die Veranstaltung jedoch nur von 5-8 Studenten, also weniger als einem Viertel der

Interessenten, besucht, von diesen allerdings regelmäßig. Nach Angaben des Tutors haben diese Studenten überwiegend die Klausur bestanden.

Insgesamt bleibt so eine Gruppe von etwa 12-15 Studenten übrig, die alle Vorlesungen regelmäßig besucht haben.

3.3. Durchführung von Übungen

Im Veranstaltungsplan ist die Mathematik II als Vorlesung mit 75% Vorlesungsanteil und 25% Übungsanteil ausgewiesen. Für die Durchführung der Übung stand keine weitere Hilfe zur Verfügung, so dass mit der kompletten Gruppe geübt werden musste. Die Übungen wurden in die Veranstaltung integriert, d.h. nach Entwickeln der Theorie sollten die Studenten diese anhand von gestellten Aufgaben in der Vorlesung in der Praxis erproben. Hierdurch konnten die Übungen wesentlich flexibler gestaltet werden. Während der Übungszeit kontrollierte der Dozent den Fortschritt der einzelnen Studenten und gab, wenn notwendig und erwünscht, individuelle Hilfestellungen. Nach Ablauf der vorgesehenen Bearbeitungszeit wurde die Lösung durch einen Studenten vorgestellt. Der Übungsanteil wurde insgesamt stark ausgeweitet. Das Verhältnis 75:25 wurde auf fast 50:50 erhöht.

Wie zu Beginn und im Laufe der Veranstaltung wiederholt klargestellt wurde, beschränkt sich die notwendige Arbeitszeit der Studenten nicht auf die Teilnahme an der Vorlesung/Übung, sondern ist durch etwa den gleichen Zeitaufwand für Vor- und Nachbereitung zu ergänzen[1]. Insbesondere sind

- die Übungsaufgaben, speziell die nicht selbst erbrachten Teile der Lösungen, in Eigenarbeit im Detail nachzuvollziehen,
- der Vorlesungsstoff, der i.d.R. Voraussetzung für das Verständnis folgender Stoffteile ist, zwischen den Veranstaltungen so weit aufzuarbeiten, dass dem weiteren Verlauf der Veranstaltung gefolgt werden kann.

Zur Ausräumung von in dieser Phase auftretenden Unklarheiten wurde konsequent zu Beginn jeder Veranstaltung nach Verständnisproblemen gefragt und in den meisten Veranstaltungen ein kurzer Abriss der wichtigsten Erkenntnisse gegeben. In etwa einem Viertel der Veranstaltungen wurden Fragen gestellt, wobei die Fragesteller immer einer beschränkten Gruppe entstammten. Die Fragehäufigkeit nahm gegen Ende der Veranstaltung leicht ab. Bei dem überwiegenden Rest der Veranstaltungsteilnehmer entstand der Eindruck, dass selbst die Fragestellungen kaum verstanden wurden, was aber nicht zu eigenen Fragen führte.

Bei der Durchführung dieser Übungen konnte festgestellt werden, dass eine Gruppe der in der Vorlesung jeweils vorne sitzenden Studenten meist nach etwa der Hälfte der Übungszeit fertig war und etwas gelangweilt nach einer Fortsetzung des Stoffs fragte oder nach Möglichkeit mit dem Dozenten Vertiefungen diskutierte, während die weiter hinten sitzenden (*der größere Anteil der Studierenden*) vielfach bei Ende der Übung weniger als ein Drittel geschafft hatten (*ein nennenswerter Anteil hatte meist überhaupt nichts zu Papier gebracht*). Anhand der Qualität

1 Diese Faustregel gilt grundsätzlich für jede Veranstaltung

der notwendigen Hilfestellungen während der Übungen muss festgestellt werden, dass die Kenntnis des Stoffs des ersten Semesters, teilweise noch weiter zurückliegender Schuljahre, vielfach völlig unzureichend ist. Lösungen der Aufgaben wurden überwiegend durch die erste Gruppe präsentiert; viele Studenten der zweiten Gruppe waren noch nicht einmal in der Lage, bei geführtem Vorrechnen an der Tafel (*„und jetzt differenzieren Sie bitte diese Funktion.“*) irgendeinen sinnvollen Beitrag zu liefern.

In der Vergangenheit habe ich mehrfach versucht, auf das Verhalten durch Anreize (*spezielle Aufgaben, für die klausurwirksame Bonuspunkte zu erhalten waren*) oder durch Druck (*wiederholte Fragen, Hinweis auf fehlende Grundkenntnisse*) Einfluss zu nehmen. Da die Anreize nicht angenommen wurden und Druck meist nur zu Beschwerden beim Dekan führte, habe ich hier darauf verzichtet und selbst Fragen nach Umrechnungswegen, die bei den anderen Studierenden Stöhnen oder Gelächter auslösten, noch ernsthaft beantwortet.

Für weitere häusliche Übungen oder das Aufbereiten des Vorlesungsstoffs wurdem auf diesbezügliche Fragen der Studenten zusätzliche Übungsaufgaben angeboten. Diese sollten zu einem fest vereinbarten Termin in der Vorlesung von den Studenten vorgerechnet werden sollten. Auf die unter „allgemeines“ beschriebenen Regeln wurde nochmals ausdrücklich hingeweisen. Bei den Terminen zur Abgabe der Lösungen stellte sich (*erwartungsgemäß*) heraus, dass mit wenigen Ausnahmen niemand die Aufgaben gerechnet hatte. Die Aufgaben wurden daher, wie vorher angekündigt, nicht vorgerechnet. Mit den wenigen lernwilligen Studenten, die eine Lösung erarbeitet hatten, wurde diese „privatissime“ außerhalb der Vorlesung diskutiert. Hiervon machten etwa 5-7 Studenden Gebrauch; von seiten der übrigen kamen weder weitere Anfragen auf Übungen noch Kommentare zur Vorgehensweise.

Insgesamt muss im Nachhinein festgestellt werden, dass den wenigen gut mitarbeitenden Studenten im Grunde teilweise Kenntnisse vorenthalten wurden, die ohne weiteres noch zu verarbeiten gewesen wären, während der Versuch, durch verstärkten Übungsanteil die Studenten mit Kenntnismängeln zu fördern, völlig daneben gegangen ist. Bei vielen mussten gravierende Mängel im Basiswissen, z.B. beim Differenzieren einfacher Funktionen oder bei einfachen algebraischen Umformungen, die bereits zu Anfang der Veranstaltung in den Übungen bemerkt wurden und auf die die Studenten mit der Empfehlung der schnellstmöglichen Beseitigung in Hinsicht auf den Studienerfolg hingewiesen wurden, in den letzten Übungsstunden als unverändert vorhanden festgestellt werden.

4. Aktionen und Reaktionen im Vorfeld der Klausur

Auffällig ist eine relativ große Studierunfähigkeit oder zumindest Studierunwilligkeit bei vielen Studenten. In diesem Kapitel, das eigentlich eine Fortsetzung des letzten ist und eine Aufarbeitung aus anderer Sicht versucht, können nur schlaglichtartig einige Verhaltensweisen vorgestellt werden, die aber recht typisch sind.

Hinsichtlich der Arbeitsmethodik wurde in den Übungen vielfach festgestellt, dass nichts zu Papier gebracht wurde (*in einem Fall war überhaupt kein Papier vorhanden!*). Trotz methodischer Anleitungen zur Lösung von mathematischen Aufgaben, teils individuell, teils für die gesamte Gruppe an der Tafel, wurde bei Nachfrage jeweils darauf bestanden, dass man alles „im Kopf“ mache. Hinweise, dass auch große Geister nicht so arbeiten, sowie hirnpsychologische Begründungen für bestimmte Arbeitsweisen und die Anmerkung, dass noch nie auf geheimnisvolle Weise Zeichen von selbst auf dem Papier entstanden sind, führten nicht zu einer Änderung des Verhaltens[2]. Die Unwilligkeit oder Unfähigkeit, methodische Lehreinheiten anzunehmen, deckt sich mit Beobachtungen in anderen Veranstaltungen. Trotz Versicherung, dass man verstanden habe, wie vorgegangen werden soll, und dass die Gründe dafür auch einsehbar und vernünftig sind, ist meist keine Aktivität zu beobachten[3].

Psychologisch zu erwarten und oben bereits festgestellt war die fehlende Kommunikation zwischen Studentengruppen, ja sogar zwischen Studenten, die zunächst einer Gruppe zugeordnet wurden. Nach einer Revision anhand der Klausurergebnisse sowie einem Vergleich mit anderen Veranstaltungen kann erwartungsgemäß festgestellt werden, dass sich nur Studenten etwa gleicher Fertigkeit[4] zu echten Gruppen zusammenfinden. Zwischen Gruppen verschiedener Qualtitätsstufen findet keine Kommunikation statt, da die „Besseren“ sich „nicht von den anderen aufhalten lassen“ wollen und bei Fragen, die man als Dozent noch ruhig hinnimmt, recht schnell die Geduld verlieren. Zwischen Gruppen gleicher Qualität läßt sich hingegen sehr wohl Kooperation beobachten. Wie angedeutet, ist dieses Verhalten zu erwarten und hat nichts mit fehlender Teamfähigkeit zu tun: alle stabilen biologisch-mathematischen Verhaltensmodelle basieren auf Altruismus mit Rückzahlungsoption, der in oder zwischen Gruppen mit gleichfähigen Mitgliedern vorhanden ist und zum Teamverhalten bei gleichen Zielen führt. Zwischen leistungsfähigen und leistungsschwachen Gruppen ginge ein Altruismus aber ausschließlich in eine Richtung, so dass eine Zusammenarbeit nicht zustande kommen kann[5].

Festgestellt werden muss auch eine Unwilligkeit (*möglicherweise zum Teil sogar Unfähigkeit*) zur Kommunikation mit dem Dozenten. Dies bezieht sich sowohl auf die Veranstaltung selbst als auch auf die Möglichkeit, „privatissime“ Probleme zu diskutieren. Zum Teil ist das auf die fehlende Einsicht zurückzuführen, dass untere Grenzen für die Fragequalität existieren und Mängel unterhalb dieser Grenze selbst behoben werden müssen (*Beispiel: Ausmultiplizieren oder Komprimieren binomischer Formeln. Die Aufforderung, dies zunächst noch einmal selbst zu versuchen, wird als Verweigerung der Hilfe interpretiert und mit eigener Kommunikationsverweigerung „abgestraft“.*). Andererseits herrscht die nicht auszurottende Erwartungshaltung, dass der Stoff so vorgetragen werden kann, dass er „für jeden unmittelbar und vollständig und ohne eigene Übung oder sonstige geistige Leistung verständlich und praktisch einsetzbar“ ist. Wird etwas nicht verstanden, so liegt die Schuld ausschließlich beim Dozenten, weil er „unfähig“ oder unwillig ist, den Stoff richtig zu präsentieren, und es ist nicht notwendig, das eigene

2 Die Formulierung ist nicht als Sarkasmus auszulegen: in den Veranstaltungen wurde versucht, durch einfache und nachvollziehbare Begründungen eine Selbsteinsicht in die vorgestellten Methodiken zu erzeugen und durch humorvolle Bemerkungen die Spannung so weit zu lockern, dass eine Umsetzung gelingen kann.

3 Auch Schutzbehauptungen wie „ich weiß keinen Anfang“ wurden methodisch ausgeräumt. Zum Schluss blieb dann nur noch die Schutzbehauptung „ich denke gerade über etwas anderes nach“, d.h. trotz aller Unterstützung sind viele Studenten nicht in der Lage, ihre Blockade zu durchbrechen.

4 Gleiche Fertigkeit bedeutet nicht notwendig gleiche Kenntnisse!

5 Es existieren natürlich Situationen, in denen im Rahmen einer Selbstbestätigung vorgeblich ein Teamwork zustande kommt. Diese Sonderfälle funktionieren nach bisherigen Erfahrungen noch weniger, allerdings ist hier nicht der Raum, dies im Detail zu diskutieren.

Verständnis vor einer Kommunikation zu reflektieren, da erst danach die Missverständnisse in einer Diskussion geklärt werden können. Die Feststellung, dass man als Dozent bei der Beschränkung auf „*das verstehe ich nicht*“ oder „*ich verstehe kein Wort* “ als Kommunikationsbeitrag kaum eine Möglichkeit auf eine Klärung hat, wird allgemein als „Weigerung“ ausgelegt, den Stoff verständlicher zu machen (*s.u.*).

Keine Hemmungen bestehen allerdings, sich beim Dekan oder andernorts zu beschweren. Aufgrund weitestgehender Vermeidung direkter Kritik[6] ist dies während des Semesters in dieser Veranstaltung zwar nicht geschehen (*zumindest ist mir nichts zu Ohren gekommen*). Nach Erfahrungen in anderen Semestern studieren gemäß einer Beschwerdestatistik aber fast ausschließlich Studenten an der Fachhochschule, die zuvor immer zu den Besten im Leistungskurs Mathematik gehört hatten, nun aber gar nichts mehr verständen[7]. Ebenfalls sehr häufig wird auf dem Beschwerdeweg versucht, eingeforderte Leistungen zu umgehen, in dem dem Dozenten Böswilligkeit unterstellt und der Dekan aufgefordert wird, andere Möglichkeiten des Testats angeblich erbrachter Leistungen zu finden.

Zur Verdeutlichung seien einige typische Beispiele angeführt:

- Ein Student zu dem Rat, bei Verständnisproblemen Fragen zu stellen: „Dann muss ich mich ja nach vorne setzen und fast nach jedem Satz eine Frage stellen. Das ist mir zu blöd!“ (*und ward fortan nicht mehr in der Vorlesung gesehen. Allerdings war auch die Teilnahme zuvor sehr unregelmäßig*).
- Antwort auf eine ausführliche Erläuterung meinerseits, weshalb ohne entsprechende qualifizierte Fragen keine Problemklärung erfolgen kann: „*Sie wollen also nicht (den Stoff so darstellen, dass ich ihn ohne Nachdenken oder Nachfragen verstehen kann) !“*.
- Ein Student, der etwa nach einem Drittel des Semesters zum erstenmal erschien und auch dann im Schnitt nur jeden zweiten Termin wahrnahm: *„Jetzt bin ich schon dreimal in Ihrer Vorlesung gewesen und verstehe hier kein Wort.“* Das Problem erledigte sich von selbst durch sehr lautstarkes Gelächter der anderen Studenten sowie dem Hinweis, dass die Vorlesung vor seinem ersten Erscheinen bereits fast zehn Termine hatte.
- Ein Student (*in einer anderen Veranstaltung*) zur Mathematik generell: „Wozu soll ich das Lernen ?! Das brauche ich nicht !“
- Die grundsätzliche Erwartung, wie Mathematik gelehrt werden soll, wurde an anderer Stelle von einem Studenten so formuliert: *„Sie schreiben Formeln an die Tafel. Dann geben Sie uns Zahlen. Die Zahlen setzen wir in die Formeln ein und rechnen etwas aus.“*

Gegen Ende des Semesters nahm die Beteiligung an der Veranstaltung nochmals stark ab, obwohl traditionell in den letzten Übungen vieler Lehrveranstaltungen die Klausurthemen angerissen, teilweise sogar eng mit den Klausuraufgaben zusammenhängende Übungen durchgeführt werden. Auch in dieser Veranstaltung wurden die Themen bereits sehr stark eingegrenzt und

6 Ich habe mich auf neutrale Hinweise der Art „das war im ersten Semester schon dran. Bitte lesen Sie das noch einmal nach. Wenn dann noch was unklar ist, fragen Sie bitte noch einmal“ beschränkt.

7 Mir ist allerdings nur ein Fall bekannt, in dem eine solche Behauptung überprüft wurde. Sie musste als unzutreffend festgestellt werden.

Hinweise gegeben, was geübt werden soll. Dies wird im nächsten Absatz eingehender diskutiert.

Wenige Tage vor der Klausur erreichten mich eine Reihe von meist anonymen Emails, die aber trotzdem beantwortet wurden. Typische Inhalte, die wohl nicht weiter kommentiert werden müssen, waren:

- „Ich konnte nicht an jeder Vorlesung teilnehmen. Können Sie mir einen Stoffplan Ihrer Veranstaltung mailen?“

  Mails dieser Art (*mehrere*) wurden mit dem Hinweis beantwortet, dass der generelle Stoffplan in der Diplomprüfungsordnung und auf der Mathematik-Homepage der Abteilung einzusehen ist und für Details die Kommilitonen befragt werden sollten.

- „Können Sie mir sagen, welche Aufgaben in der Klausur drankommen? Ich habe schon mehrere Aufgaben alter Klausuren gerechnet und weiß bei vielen noch nicht einmal, worum es geht.“

  Diese Mail ist die Spitze der Unverfrorenheit, jedoch zumindest der erste Teil der Fragestellung ist auch mehrfach aufgetreten. Wie im weiteren noch dargelegt wird, ist das wörtlich zu nehmen, d.h. es wird eine verbindliche Liste mit hinreichend vielen Details erwartet. Die Beantwortung erfolgte in der gleichen Weise wie zuvor.

Abschließend ist zu bemerken, dass diese Negativsicht natürlich nicht auf alle Studierenden zutrifft und eine Reihe von Studenten sehr intensiv an ihrem Studienerfolg arbeiten und die angebotenen Möglichkeiten nutzen. Auf die hier beschriebenen Probleme in einem späteren Semester (*beispielsweise bei der Diplomprüfung*) angesprochen, muss man oft feststellen, dass dies teilweise gar nicht wahrgenommen bzw. nicht als für sich selbst relevant betrachtet wurde. Auch die Meinung, dass die meisten der auf der Strecke gebliebenen Studenten sich dies selbst zuzuschreiben haben, wird häufig vertreten.

5. Die Klausur und ihre Ergebnisse

Die Klausur bestand aus acht Aufgaben und war auf 136% des Solls ausgelegt, d.h. für eine Benotung mit 1.0 brauchten nur sechs Aufgaben vollständig gelöst zu werden. Auf diese Auswahlmöglichkeit wurde in der Vorlesung sowie zu Beginn der Klausur ausdrücklich hingewiesen. Die offizielle Zeit für die Klausurdauer sind 90 Minuten, jedoch wurde die Zeit um ca.10-15 Minuten verlängert.

Außerdem bestand während der Klausur jederzeit die Möglichkeit zu Verständnisfragen (*„Mehr, als dass ich Ihnen sage, 'auf diese Frage darf ich Ihnen keine Antwort geben', kann Ihnen nicht passieren“*), um das richtige Verstehen der Aufgabenstellung abzusichern. Hiervon machten etwa 10 Klausurteilnehmer Gebrauch.

Als Hilfen wurden handschriftliche Aufzeichnungen sowie nicht symbolrechnungsfähige Taschenrechner zugelassen. Die Mitschriften aus den Vorlesungen durften benutzt und auch beliebig handschriftlich ergänzt werden. Mathematische Tabellen waren nicht zugelassen, jedoch wurde auf die Fragemöglichkeit bei Formeln hingewiesen (*die notwendigen Formeln waren aber offenbar bekannt; jedenfalls wurden keine Fragen in dieser Richtung während der Klausur gestellt*).

Besonders hingewiesen wurde auf die Kommentierung von Zwischenschritten und Ergebnissen: ein „unmögliches" kommentiertes Ergebnis zeigt, dass der Bearbeiter sich eines fehlerhaften Schrittes bewusst ist und erlaubt eine großzügige Bewertung, während ein zwar korrektes, aber nicht nachvollziehbares Ergebnis u.U. mit Punktabzug belegt werden muss. Das Verständnis des Bearbeiters muss für den Prüfer sichtbar werden.

An der Klausur nahmen 48 Studenten teil. Gemeldet wurden vom Prüfungsamt ca. 70 Studenten. In den letzten Vorlesungswochen wurden jedoch aus Studentenkreisen Boykottaufrufe der Mathematik-Klausur bekannt. Da das Prüfungsamt noch keine Möglichkeit der automatischen Wiederanmeldung von Wiederholern besitzt und die Durchfallquoten im Semester davor mit höheren Studentenzahlen ebenfalls recht hoch waren, kann durchaus von 80-85 potentiellen Teilnehmern ausgegangen werden. Von den 48 Teilnehmern haben acht die Klausur bestanden, was einer Durchfallquote von 84% entspricht. Unterstellt man, dass die Nichtteilnahme an bzw. der Boykott der Klausur aus gutem Grund stattfand, so errechnet sich eine potentielle Durchfallquote von 89% bzw. 91%.

Die Klausurstatistik weist zwei „bestanden" mit der Note 1.0 auf (). Diese Note ist ungewöhnlich in Mathematikklausuren. Einer der beiden Prüflinge zeigte sich sehr erstaunt über das gute Abschneiden und hatte nach eigenen Angaben „einfach nur alles durchgerechnet". Am anderen Ende der Skala stehen 66% der Teilnehmer mit weniger als 20% der Sollleistung (), d.h. auch wesentlich eine großzügigere Bewertung der Leistungen würde an der Durchfallquote keine signifikanten Änderungen ergeben.

<u>Aufgabe 1:</u>

Eine Konservendose hat die Abmessungen d=85 mm (Durchmesser), h=40 mm. Läßt sich bei gleichbleibendem Materialverbrauch und anderen Abmessungen der Inhalt erhöhen ? Falls ja, geben Sie die Maße und den Gewinn in Prozent an.

Die Teile sollen aus einem Blech gestanzt werden. Geben Sie eine Geometrie für das Stanzmuster und Maße für das Blech an und berechnen Sie den Verschnitt (der Verschnitt sollte in der Größenordnung 15% oder besser betragen). Ändert sich der Verschnitt bei Optimierung der Dosengeometrie ? Falls ja: um wieviel Prozent ?

Für die Lösung der Aufgabe waren die Volumen- und die Flächenformeln eines Zylinders notwendig. Nach Elimination einer Variablen in der Volumenbeziehung mit Hilfe der Flächenbeziehung konnte differenziert und das Optimum durch Lösen einer quadratischen Gleichung ermittelt werden. Das Einsetzen der Zahlen und Berechnen der Prozentwerte ist anschließend trivial.

Die Schnittmusteraufgabe läßt sich bei der optimierten Form durch horizontale Anordnung von Deckeln und Mantel einer Dose, in der nicht optimierten Form durch vertikale Anordnung von Deckel und Manteln von insgesamt drei Dosen lösen. Rechnungen (*außer den Trivialrechnungen*) sind nicht notwendig.

Die Aufgabe ist in einer über das Internet abrufbaren Aufgabensammlung eines Kollegen unter dem Stichwort „Überprüfen Sie Ihre Kenntnis aus den Semestern Eins und Zwei“ in etwas anderer Wortwahl vorhanden, konnte also auch geübt werden. In alten Klausuren sind ähnliche Aufgaben vorhanden. Zum Vergleich: in den unmittelbar vorhergehenden Klausuren eines anderen Dozenten wurden Extremwertaufgaben mit Abhängigkeiten in drei Variablen gestellt, von denen nur eine mit Hilfe einer Nebenbedingung eliminiert werden konnte und für die zweite die Auswertung des totalen Differentials notwendig war. Die gestellte Aufgabe ist daher vom Schwierigkeitsgrad und Umfang geringer einzustufen als in den vorhergehenden Prüfungen.

Aufgaben mit diesem Schwierigkeitsgrad wurden in den Übungen bearbeitet, eine Extremwertaufgabe wurde als Klausuraufgabe angekündigt.

Aufgabe 2

Was ist eine Evolvente und wie berechnet man sie für eine vorgegebene Funktion $y=f(x)$*? Berechnen Sie für die Funktion* $f(x)=\sin(x)$ *den zu* $x=\pi/2$ *gehörenden Evolventenpunkt.*

Aufgaben dieser Art wurden in zwei Übungen behandelt, waren aber nicht Thema früherer Klausuren. In den letzten Vorlesungsstunden wurde mehrfach darauf hingewiesen, dass eine solche Aufgabe in der Klausur gestellt wird und der Lösungsweg nochmals angerissen.

Der erste Aufgabenteil war ohne Formel lösbar. Aufgrund der Einfachheit der Sinus-Funktion konnte die Lösung des zweiten Teils mit einem minimalen Rechenaufwand und einigen formelfreien Begründungen angegeben werden.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Stammfunktion : $\int \sin(x)^2 * e^x \, dx$

Die Aufgabe kann durch zwei partielle Integrationen und Verwenden von $\sin^2+\cos^2=1$ gelöst werden. Die notwendigen Differentiale und sonstigen Beziehungen waren Bestandteil fast jeder Übung während des Semesters. In den Übungen wurden ähnliche Aufgaben mit höherem schwierigkeitsgrad gelöst.

Grund für das Versagen vieler Studenten bei dieser Aufgabe sind fehlende Kenntnisse der differentialrechnung, beispielsweise

$$\left(\sin(x)^2\right)'=2\sin(x) \quad , \quad (\sin(x)*\cos(x))'=\sin(x)^2 \quad , \quad (\sin(x)*\cos(x))'=1$$

Weitere noch abenteuerliche Ergebnisse entstanden im Zusammenhang mit e^x .

Aufgaben dieser Art gehören zum Standartinventar aller Mathematik-II-Klausuren

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Stammfunktion von

$$\int \frac{x^2 - 4*x + 4}{x^3 - 9*x^2 + 27*x - 27}\, dx$$

Über welchen der folgenden Intervalle ist das Integral auswertbar (Begründung, Nachweis) ?

$$[0,2] \quad , \quad [2,4] \quad , \quad [4,6]$$

Aufgaben dieser Kategorie gehören ebenfalls zum Standartinventar der Klausuraufgaben, und eine Aufgabe dieser Art war angekündigt. Die Lösung wurde ebenso wie der zweite Teil (*uneigentliche Integrale, Stammfunktion mit Logarithmus im Negativen*) in der Vorlesung geübt.

Die Probleme beginnen bei dieser Aufgabe bereits mit der Berechnung der Nullstellen des Nenners und der Zerlegung in Faktoren. Eine Reihe von Abgaben präsentierte die Zerlegung bereits als vollständige Lösung, andere sahen sich durch

$$\int \frac{1}{(x-3)^2}\, dx$$

bereits vor nicht mehr lösbare Probleme gestellt.

<u>Aufgabe 5</u>

Berechnen Sie das Linienintegral

$$\int_{(l)} \frac{1}{z^2}\, dz \quad , \quad z \in \mathbb{C}$$

längs eines kreisförmigen Weges mit dem Radius Eins um den Nullpunkt.

Diese Aufgabe war durch drei Übungen vorbereitet worden. Die Integrale über verschiedene Kombinationen trigonometrischer Funktionen wurden im Teil „orthogonale Funktionen" sehr ausführlich vorgestellt und geübt (*allerdings ist für diese Aufgabe auch eine Begründung des Verschwindens von Integralen über ungerade Funktionen ausreichend*). In zwei weiteren Übungen wurden

$$\int_{(l)} z\, dz \quad , \quad \int_{(l)} \frac{1}{z}\, dz$$

berechnet. Die Aufgabe war somit nur eine dritte in einer bekannten Folge und wurde ausdrücklich als Klausuraufgabe angekündigt. Auf die einfache Form dieser Linienintegrale wurde auch im Zusammenhang mit komplexeren Aufgaben alter Klausuren hingewiesen.

Trotz dieser ausführlichen Vorbereitung wurde später gegenüber dem Dekan von einer Gruppe von Studenten behauptet, dass dies „nie Bestandteil der Vorlesung gewesen ist."

<u>Aufgabe 6</u>

Eine Funktion $f(z), z \in \mathbb{C}$ ist mit $z = x + i*y$ zerlegbar in $f(z) = u(x,y) + i*v(x,y)$ mit reellen Funktionen $u(x,y), v(x,y)$. Gegeben seien die Funktionen

$$g_1(x, y) = 3x^2 - 3y^2 - 4xy + 4x + 7y$$

$$g_2(x, y) = 6xy + 2x^2 - 2y^2 + 4y - 7x$$

$$g_3(x, y) = 6xy - 2x^2 + 2y^2 - 7y - 4x$$

Überprüfen Sie mit Hilfe der für komplexe Funktionen geltenden Beziehungen zwischen den partiellen Differentialen, welche der Funktionen $g_1 - g_3$ *für* $u(x, y), v(x, y)$ *in Frage kommen.*

Diese Aufgabe wurde als leichte Punktebeute gestellt, da letztendlich nur jede Funktion zweimal partiell differenziert und die Ergebnisse verglichen werden müssen. Die Aufgabe war angekündigt und der Lösungsweg wurde in einer der letzten Übungsstunden nochmals erläutert.

Aufgabe 7

Geben Sie die Taylor-Reihenentwicklung für die Funktion

$$f(x) = \ln(1 - x)$$

um den Punkt $x_0 = 0$ *an und bestimmen Sie den Konvergenzbereich der Reihe.*

Wie kann diese Reihe auf einfache Weise auf eine Taylor-Reihe für die Funktion

$$f(x) = \ln\left(\frac{1 + x}{1 - x}\right)$$

erweitert werden ? Begründen Sie, warum diese Reihe zur Berechnung beliebiger Lograrithmen geeignet ist. Bis zu welchem Glied muss diese Reihe (mindestens) ausgewertet werden, wenn $\ln(12)$ *berechnet werden soll?*

Reihenentwicklungen von Funktionen und Konvergenzbetrachtungen von Reihen waren Thema des letzten Viertels der Veranstaltung und wurden ausführlich geübt. Für den zweiten Teil der Aufgabe ist eine erneute Rechnung nicht notwendig, sofern die Rechengesetze für den Logarithmus bekannt sind. Auch die Fehlerabschätzung war Bestandteil von Übungen. Das Auftreten einer solchen Aufgabe war bekannt.

Das Scheitern vieler Studenten bei dieser Aufgabe ist erneut auf die Unfähigkeit, einfache Funktionen zu differenzieren, zurückzuführen.

Aufgabe 8

Von einer Kugel mit dem Radius R *wird eine Kappe der Höhe* $H<R$ *abgetrennt. Berechnen Sie das Volumen der Kappe durch Integration.*

Die Aufgabe ist durch Integration über einen Rotationskörper elementar in einem Schritt zu lösen. Andere kompliziertere Ansätze führen ebenfalls auf Rotationskörper. Diese Aufgabe kann vermutlich als schwierigste betrachtet werden, da etwas Geschick notwendig ist, auf einen einfachen Lösungsansatz zu kommen. Das Gewicht der Aufgabe wurde gegenüber den anderen etwas geringer angesetzt. Sinnvolle Überlegungen boten hier jedoch auch eine Möglichkeit zu großzügiger Benotung.

1	***2***	***3***	***4***	***5***
2	1	2	4	39

Tabelle 1: Zensurenspiegel

0-20%	***31-35%***	***36-49%***
32	4	3

Tabelle 2: Leistungsspiegel bei "nicht bestanden"

Aufgabe	***Nicht begonnen***	***Nicht lösungsfähig***	***Teillösung***	***Komplettlösung***
1	17	18	8	5
2	25	8	7	8
3	15	20	4	9
4	12	20	8	8
5	24	15	8	1
6	31	2	12	3
7	19	12	14	4
8	32	11	4	1

Tabelle 3: Lösungsstatistik der Aufgaben

enthält eine Bewertung der Lösungsversuche der einzelnen Aufgaben mit den Kategorien

➔ Nicht begonnen: die Aufgaben wurden nicht bearbeitet oder es fanden sich lediglich Kommentare der Art „keinen blassen Schimmer" in den Unterlagen.

➔ Nicht lösungsfähig: die Aufgaben wurden zwar mehr oder weniger lang berechnet, jedoch mit völlig falschen Ansätzen oder so haarsträubenden Zwischenrechnungen, dass der Prüfer davon ausgehen muss, dass auch bei Verlängerung der Bearbeitungszeit kein sinnvolles Ergebnis entstanden wäre.

➔ Teillösung: die Lösungsansätze und auch die Art der Fehler in den Zwischenrechnungen lassen erwarten, dass bei hinreichend langer Bearbeitungszeit eine Lösung erarbeitet werden kann.

➔ Komplettlösung: hierunter wurden auch fehlerhafte, aber vollständige Lösungen gezählt. „Fehlerhaft" bezieht sich hier auf reine Rechenfehler, die bei der Zusammenfassung einer größeren Anzahl von Termen unter Zeitdruck nicht ausgeschlossen werden können.

Die Häufungen in den Kategorien eins und zwei zeigt nochmals im Detail, dass eine großzügige Bewertung keine signifikanten Auswirkungen auf das Ergebnis hat. Das Scheitern basiert überwiegend bereits auf der Unkenntnis der für die Lösung der Aufgaben notwendigen Voraussetzungen aus dem ersten Semester oder der Schule und ist nur teilweise auf das Unverständnis des Stoffs des zweiten Semesters zurückzuführen.

6. Reaktionen auf die Klausur

6.1. Die Studenten

Die Kommentare teilen sich deutlich in die getrennten Gruppen „bestanden“ und „nicht bestanden“. Studenten, die die Klausur bestanden haben oder Studenten aus höheren Semestern, denen die Klausur probeweise vorgelegt wurde (*die also schon vor längerer Zeit bestanden haben*), bezeichneten die Klausuraufgaben als „nicht ganz ohne“, allerdings nur, wenn man auf eine exzellente Benotung aus war. Selbst Studenten, die aufgrund ihrer Studienrichtung nicht mehr unbedingt viel mit Mathematik zu tun haben, meinten, die Klausur „auf Anhieb“ ohne große Vorbereitung bestehen zu können.

Studenten, die das Prüfungsziel nicht erreicht haben, bezeichneten die Klausuraufgaben als „extrem schwer“, teilweise sogar als „unfair“. Bei der Vorbereitung wurde sich häufig nicht am Übungsstoff, sondern an anderen Quellen orientiert. Beispielsweise hatten einige bei der Extremwertaufgabe die Aufgaben der letzten Klausuren mit drei Variablen und totalem Differential „geübt“ und bezeichneten diese Aufgaben als „vernünftig“, die gestellte Aufgabe aber als „Zumutung“, obwohl Aufgaben mit drei Variablen nicht geübt wurden. Auf den Punkt gebracht wird die Studenteinstellung durch das Zitat: *„Die Klausur war zu schwer, weil Sie Aufgaben gestellt haben, die nicht in den Übungen oder nicht in anderen Klausuren gestellt wurden.“* Das Zitat ist vollständig. Gemeint ist tatsächlich die identische Aufgabenlösung in einer Übung, nicht etwa die Lösung einer gleichwertigen Aufgabe!

In Übereinstimmung mit dieser Auffassung, eine Klausur durch auswendig gelernte Formeln (*oder in diesem Fall durch handschriftliche Übernahme in die zugelassenen Unterlagen*) bestehen zu können, wurde es auch als besonders schwer empfunden, dass einige Aufgaben mit Worten beschrieben werden sollten sowie andere Aufgaben Nachdenken erforderten.

Zwei Studenten mit ca. 45% der erforderlichen Sollleistung wurde in Absprache mit dem Prüfungsausschuss Gelegenheit gegeben, in einer mündlichen Zusatzprüfung mit zwei Dozenten nachzuweisen, dass das schlechte Klausurergebnis hauptsächlich auf den Prüfungsstress zurückzuführen ist und die Lernziele eigentlich erreicht wurden. Einer der beiden Prüflinge konnte dies bei zufälliger Auswahl einer der Klausuraufgaben durch vollständiges Lösen und Erklären weiterer Details nachweisen, so dass die Fünf nachträglich in eine Vier umgewandelt werden konnte. Bei dem anderen Studenten musste, wie teilweise aufgrund der Klausurleistung bereits vermutet, festgestellt werden, dass grundsätzliche Verständnismängel und ein gewisses Desinteresse vorhanden war, so dass eine neue Bewertung nicht möglich war (*Reaktion auf eine Korrektur des Lösungsversuches durch einen der Prüfer: „wenn Sie meinen...“*).

Insgesamt haben 10 Studenten die Möglichkeit einer Klausureinsicht genutzt, davon etwa die Hälfte mit Zensuren „ausreichend“ oder besser. Besonders auffällig war eine Gruppe von ca. 4-5 Studenten (*die Klausur war für alle bereits der zweite Versuch*), die trotz dringender Empfehlung, den Lücken nachzugehen,

- eine Einsicht in die Klausur und Diskussion der Mängel mehrfach ablehnten,
- die Verantwortung für das Nichtbestehen ausschließlich der Klausur/dem Dozenten anlasten („*Wir haben so viel geübt, wie noch nie. Fehler haben wir dabei nicht gemacht. Uns trifft keinerlei Verantwortung“. Es wurde mir mehrfach bestätigt, dass ich das so richtig verstanden habe*),
- an Übungen oder Beratungen während des folgenden Semesters zur Vorbereitung auf einen weiteren Versuch nicht interessiert sind (*ebenfalls mehrfach abgewunken*).

Erwähnt wurde bereits eine unbegründete Beschwerde beim Dekan, dass in der Klausur Stoff geprüft wurde, der in der Vorlesung nicht behandelt wurde. Nach einer Beschreibung der Gruppe muss sogar davon ausgegangen werden, dass mindestens einer der Beschwerdeführer an den Terminen, in denen der Stoff geübt wurde, physisch anwesend war.

Auffällig ist eine Korrelation zwischen Studienrichtung und Klausurerfolg. Die angetretenen Studenten der Elektrotechnik haben fast geschlossen die Klausur bestanden, während die Studenten der Informatik und der Medientechnik fast genauso geschlossen durchgefallen sind. Zurückzuführen ist dies darauf, dass insbesondere E-Technik-Studenten oft eine Berufsausbildung hinter sich haben und sehr genau wissen, warum und mit welchem Ziel sie studieren. Medientechnikstudenten scheinen auch nach Erfahrungen in anderen Veranstaltungen entgegen den Klarstellungsbemühungen der Abteilung die Technik zu oft als lästiges Beiwerk des Studiums zu verstehen, dem man sich möglichst einfach entledigt.

Zu Denken geben sollte das schlechte Abschneiden der Informatik-Studenten, von denen ein größerer Teil am Projektstudium des vorhergehenden Semesters teilgenommen hat. Die Behauptung, die Studenten seien hierdurch methodisch gerüstet und brächten auch in Mathematik bessere Leistungen als die vorhergehenden Jahrgänge, kann wohl nicht mehr ernsthaft aufrecht erhalten werden.

6.2. Dozenten

Bei den Reaktionen aus dem Dozentenkreis sind angesichts der politischen Vorgaben -finanzielle Ausstattung des Fachbereichs nach einem Schlüssel aus Studienanfängern, Absolventen in der Sollzeit und Anteil der Frauen- erschreckte Reaktionen verständlich, zumal Befürchtungen über die zukünftige Finanzlage aufkommen (*der Fachbereich „Sozialwesen“ soll in absehbarer Zeit besser finanziert sein als die technischen Abteilungen mit ihrem Maschinenpark*).

Insgesamt ist das Lager z.Z. stark gespalten. Ein meist schweigender Teil ist der Ansicht, dass ein Mindestniveau nicht unterschritten werden darf und notfalls auch solche Prüfungsergebnisse in Kauf genommen werden müssen. Diese Ansicht läßt sich natürlich auch relativieren: das Niveau im eigenen Bereich soll den Anforderungen genügen und das Niveau in anderen Bereichen ist nicht so wichtig. Damit läßt sich wunderbar argumentieren, dass der Kollege viel zu schwere Sachen macht. Allerdings kann das auch nach hinten losgehen: „das brauchen die (Studenten) nicht, die brauchen ...“, und dann kommt die in 2. beschriebene und in 5. erfolglos geprüfte Liste. Gerade hier wird ein entscheidender Punkt der Diskussion deutlich: niemand ist trotz wiederholter Aufforderung dazu bereit, sich die Klausurleistungen anzuschauen und danach erneut zu diskutieren. Man könnte durchaus zu der Ansicht gelangen, dass hier die Befürchtung besteht, nach Inspektion der Ergebnisse die Vorurteile nicht mehr so ohne weiteres halten zu können. Hierdurch wird eine Sachebene im Grunde nicht erreicht, sondern alles bleibt auf einer politischen Ebene hängen. Rein politische Meinungen existieren darüber hinaus auch: wenn auch offiziell eine Leistung zu bewerten ist und keine Erlasse über Durchfallhöchstquoten zu erwarten sind, so interessiert die erbrachte Leistung überhaupt nicht mehr, sondern nur noch die Durchfallzahlen.

Zur Demonstration, was man sich als Prüfer so alles anhören darf, hier einige Zitate. Das Spektrum der Äußerungen reicht von nahezu wohlwollend

- „Kann man da nichts machen?“,

  „Ich sage da jetzt mal nichts zu.“

über die Aufforderung zur Manipulation der Ergebnisse

- „Da ist was bei Ihnen falsch. Das sind bei mir die besten Leute.“,

  „Sie müssen mindestens 30% Aufgaben stellen, die ohne Überlegen beantwortet werden können.“,

  „Wir müssen auch an unsere Zukunft denken.“,

  „Sie müssen die Leute dort abholen, wo sie stehen.“,

  „Das steht da, ja, aber das verstehen die sowieso nicht. Das ist Unfug. Das weiß jeder. Das kann man nicht prüfen.“ (*zu einigen Integralsätzen in der E-Technik I sowie zum mathematischen Inhalt von Berufsschulbüchern für Elektroberufe*).

bis zu Schlägen unter die Gürtellinie

- „... auch im Zusammenhang mit Ihrer C3-Stelle ...“,

  „... der Fachbereich kann auch ganz anders entscheiden. Wir sind hier in einer Demokratie, da entscheidet die Mehrheit, wie sie will ...“,

  „... zukünftige Erfüllung Ihrer 18 Stunden Lehrverpflichtung ...“

  „... so lange hier jemand alles sabotiert ...“

und kommt sowohl von „normalen“ Kollegen als auch von Funktionsträgern der Hochschule.

Die eleganteste Lösung, dem zu entgehen, ohne seine Dienstpflichten zu verletzen, wäre sicherlich, sich kurzerhand für unqualifiziert in den zum Teil jahrelang vertretenen Fächern zu erklären. Ersatz zu finden wäre allerdings, da die Probleme nicht nur in Mathematik, sondern auch in Elektrotechnik, Einführung in die Informatik, theoretische Informatik und numerische Mathematik bestehen, nicht ganz einfach für die Abteilung. Größere Bedenken kommen mir allerdings im Zusammenhang mit der zukünftigen „Besoldung nach Leistung“, wenn ich diskutierte

Modelle, wer entscheidet, was Leistung ist und wer sie erbracht hat, mit einigen der o.g. Kommentare in Beziehung setze.

7. Diskussion

Abschließend gilt es noch, die Ergebnisse mit den „Wundermitteln“ in Beziehung zu setzen. Da wäre zunächst das Zurückfahren von technischen Fächern zugunsten von „Schlüsselqualifikationen“. Ein zeitliches Zurückfahren der Mathematik, und auf diese möchte ich mich an dieser Stelle beschränken, läßt sich nur durch ein gleichzeitiges Zurückfahren der Anforderungen in der Diplomprüfungsordnung realisieren. Allerdings ist da eigentlich keine Luft mehr: wenn fachlich noch weniger im dritten Semester ankommt, lässt sich die Vorlesung numerische Mathematik nicht mehr halten[8], was auch für numerische Algorithmen im Hauptstudium sowie Teile der grafischen Datenverarbeitung ein Aus bedeutet.

Notwendig halte ich eine derartige Aufbauschung von Schlüsselqualifikationen nicht, es sei denn, der einzige Zweck ist die Senkung der Durchfallquoten durch massive Herabsetzung der technischen Anforderungen. In 15 Jahren Industriepraxis habe ich festgestellt, dass es zunächst auf fachliche Qualifikation ankommt. Wenn da nicht viel da ist, helfen professionelle Verschleierungstechniken auch nicht weiter. Erfahrungsgemäss lassen sich Schlüsselqualifikationen auch ohne weiteres in technischen Praktika und Seminaren als Nebenprodukt umsetzen. Abgesehen davon schaffen es die meisten Studenten bereits ohne Theorie, mir in einem 30-minütigen Vortrag zu erklären, warum sie eine 5-Minuten-Übung nicht durchführen konnten.

Es ist grundsätzlich zu überlegen, was mit verschiedenen Maßnahmen überhaupt erreicht werden kann. Das Denkmodell scheint zu sein, dass viele Studenten nur knapp scheitern und ein erhöhter oder verbesserter Aufwand die Erfolgsquote nachhaltig erhöht. Grafisch kann man das so verdeutlichen:

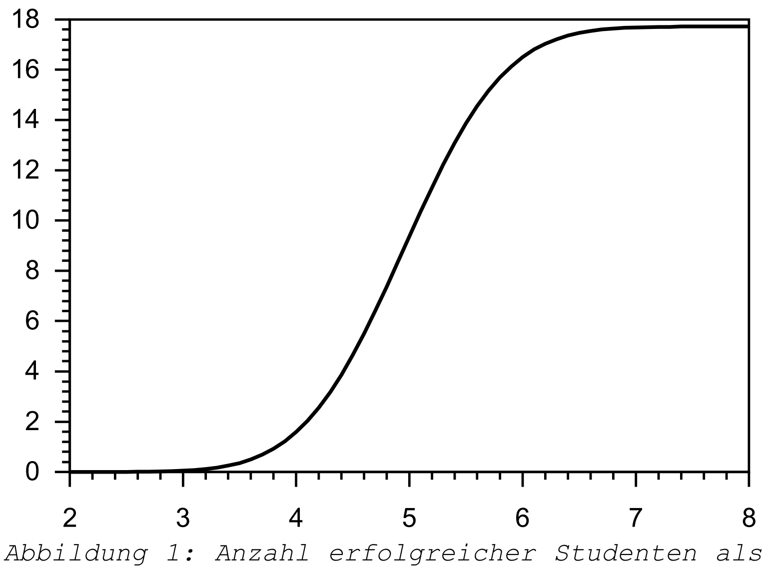

Abbildung 1: Anzahl erfolgreicher Studenten als Funktion des Aufwands

8 Zumindest gibt es zwei Dozenten, die bislang diese Vorlesung gehalten haben und dies nicht mehr machen würden.

Ist der Standartaufwand etwa bei 4,2 und erhöht man ihn auf 5,5, so erhöht sich die Anzahl der erfolgreichen Studenten überproportional. Allerdings stimmt das Bild nicht, wenn man sich Klausurergebnisse anschaut. In den meisten Fällen findet man folgendes Leistungsspektrum

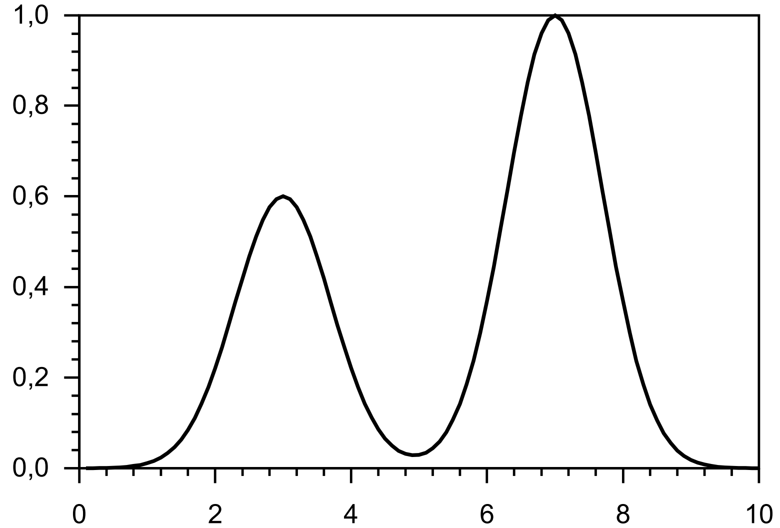

Abbildung 2: Leistungsspektrum bei Klausuren

Im mittleren Leistungsbereich sind nur relativ wenige Leistungsträger angesiedelt. Umgerechnet auf die Erfolgsquote erhält man daraus das Bild

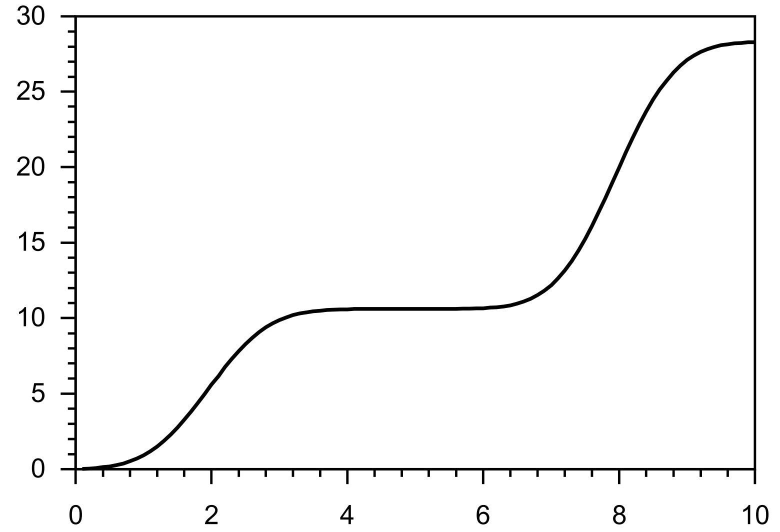

Abbildung 3: reale Erfolgsquote

Eine Erhöhung des Aufwands führt nun zu keiner nennenswerten Erhöhung der Erfolgsquote. Genau dies entspricht aber dem in der Mathematik-II-Klausur gefundenen Bild.

Aus diesen Überlegungen folgt, dass auch das „Wundermittel“ Projektstudium nur bedingt geeignet ist, den Erfolg zu erhöhen. Die Betrachtung der Ereignisse in Mathematik II zeigt darüber hinaus überdeutlich, dass in der derzeit praktizieren Form keine positiven Einflüsse zu erkennen sind. Im Grunde ist auch das zu erwarten: der eingeführte Projekttag geht eindeutig zu Lasten aller anderen Fächer (*siehe Vorlesungsüberschneidungen; die Studenten haben hierdurch de facto eine sechs-Tage-Woche*), und die Projekte besitzen keine Schnittstellen zu den Problemfächern, sondern binden die Studenten auf einem recht oberflächlichen Niveau. Da das sogar interessant aussieht und als furchtbar wichtig verkauft wird, besteht sogar die Gefahr, dass andere Fächer weiter vernachlässigt werden.

Welche Maßnahmen sollten denn ergriffen werden? Eine schöne Sache wäre sicher das Zurückfahren der politischen Verhaltensweisen in der Dozentenschaft und wieder mehr wissenschaftliche Sachlichkeit. Praktisch wären folgende Maßnahmen denkbar:

- Revision des Stoffplans über eine genaue Definition der Eingangsvoraussetzungen für jede Veranstaltung. Damit liegt fest, was in den davor stattfindenden Lehrveranstaltungen vermittelt werden muss, also die Pflicht, und ein ggf. zeitlich noch einschiebbares Kürprogramm läßt sich auch prüfungstechnisch abkoppeln.
- Individuelle Auswahl der Studenten oder zumindest individuelle Beratung/Tests.
- Auf die Problemfächer zugeschnittene eng geführte Projekte[9], z.B. durch (*kapazitätsneutralen*) Blockunterricht.

Dazu ließe sich nun eine lange Liste von Details aufstellen, die aber den hier vorgesehenen Rahmen bei weitem sprengen würde. Die Fakten liegen auf dem Tisch; bleibt abzuwarten, was daraus gemacht wird.

9 Die weitgehende freie Entscheidung der Studenten, wo ein Projekt hinläuft, ist hier fehl am Platze. Zum Einen werden geeignete Pfade nur durch Zufall gefunden (wenn überhaupt), während der Dozent schon recht genau weiß, wo es hingehen soll, zum Anderen können nicht alle Erkenntnisse von Jahrhunderten in Selbsterfahrung nachgeholt werden (es muss ganz einfach vieles akzeptiert werden), und zum Dritten entspricht es auch nicht der Praxis, dass der Auftragnehmer bestimmt, wo etwas hinläuft.