Mathematik II, 1. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

- „l'Hospital'sche Regel“ zur Ermittlung von Grenzwerten:

  $$f(x)=\frac{g(x)}{h(x)} \quad , \quad g(a)=h(a)=0 \quad , \quad \lim_{x\to a} f(x)=?$$

  $$\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{h(x)}=\lim_{x\to a}\frac{g'(x)}{h'(x)}$$

  Die Ableitungen sind ggf. an der Stelle $x=a$ nicht beide Null oder ∞, so dass der Grenzwert berechenbar ist. Die Formel gilt nur für Ausdrücke der Form $(0/0)$!

- Der Begriff des Differentials. dx ist eine freie Variable über der Variablen x. Man denke sich x fixiert auf einen beliebigen Wert, dann ist dx ein beliebiger Variationswert an der Stelle x.

- Ist $y=f(x)$ und sind dx, dy Differentiale über x, y, so ist dy vermöge der Funktionsgleichung nicht mehr frei. Der Zusammenhang zwischen dx, dy ist linear und definiert durch

  $$\frac{dy}{dx}=f'(x) \quad .$$

- Geometrische Deutung: dx, dy sind die Katheten des Steigungsdreiecks.

- Historische Anmerkung: die Differentialrechnung wurde im 17. Jh von Newton führend entwickelt. Aufgrund der damaligen philosophischen Vorstellungen konnte der Grenzwertbegriff noch nicht als werkzeug entwickelt werden, so dass Newton auf endliche Größen zurückgreifen musste, eben die Differentiale. Mit der Entwicklung der Grenzwerttheorie mi 19. Jh. wurde die heutige Lehrmethode entwickelt. Der „Rückschritt“ auf das sehr mächtige Werkzeug der Differentiale macht dabei heute oft die gleichen gedanklichen Probleme wie Newton seinerzeit das Konzept von Grenzwerten.

Aufgaben

Differenzieren Sie folgende Funktionen:

Lagrange-Polynome, Newton'sche Polynome (Mathematik I, 29. Vorlesung)

Untersuchen Sie folgende Funktionen mit Hilfe der l'Hospital'schen Regel:

$$f(x)=\frac{\sin(x-1)}{\ln(x)} \quad \textit{für} \quad x\to 1$$

$$f(x)=x*\ln(x) \quad \textit{für} \quad x\to 0$$

$$f(x)=\frac{\exp(-1/x)}{\sin(x)} \quad \textit{für} \quad x\to 0$$

2. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

Nachweis der „Distributivgesetzte“ für Differentialoperatoren:

$$d(u+v)=du+dv$$
$$d(u*v)=u*dv+v*du$$
usw.

Differentiale höherer Ordnung:

$$d(df)=d^2 f=f''(x)dx \quad , \quad usw.$$

Eine Funktion $z=f(x,y)$ mit 2 unabhängigen Variablen induziert eine Fläche im Raum. An eine Fläche lässt sich in Analogie zu einer Kurve eine Tangentialebene anlegen, die durch zwei Vektoren aufgespannt werden kann. Die Richtungen der Vektoren erhält man zweckmäßigerweise aus den Tangenten an die Fläche in X- oder Y-Richtung, die durch Ableitung nach der entsprechenden Variablen ermittelt wird. Die andere Variable wird bei diesem Ableitungsschritt als Konstante betrachtet:

$$f^{(x)}(x,y)=\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \quad , \quad Alternativschreibweise\ f_x(x,y)$$

∂ wird als „partielles Differential“ bezeichnet und erhält ein eigenes Symbol (*teilweise=partielle Differentiation nach einer der Variablen*).

Das „totale Differential“ einer Funktion in zwei Variablen ist

$$df(x,y)=\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}dx+\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}dy$$

Formal ist es ein 2-dimensionaler Vektorraum mit der Basis $\{dx, dy\}$

Höhere Differentiale erhält man durch Einsetzen und Durchrechnen wie im eindimensionalen Fall:

$$d^2 f(x,y)=\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}dx^2+\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}dy^2+2\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y\,\partial x}dx\,dy$$

Dabei ist bei mehrfacher Differentiation die Reihenfolge der Variablen beliebig.

Ein notwendige Bedingung für ein Extremum einer Flächenfunktion ist, dass für das totale Differential gilt

$$df=0$$

Wegen der Beliebigkeit von dx, dy folgt $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=0$. Man erhält also ein System von 2 Gleichungen für die Bestimmung von *x* und *y*.

Aufgaben

1) Weisen Sie nach: $d(u^2)=2\mathrm{u}\,du$
2) Weisen Sie nach: $d^n(u*v)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}d^k u*d^{n-k}v$. Hilfe: für die ersten *n* können Sie das direkt nachrechnen (Induktionsanfang). Für den allgemeinen Schritt verwenden Sie die Ergebniss der Übungen der 32. Vorlesung Mathematik I
3) Weisen Sie mit Hilfe der Definition der Ableitung (*Grenzwert*) nach, dass bei Differentiation nach zwei Variablen die Reihenfolge keine Rolle spielt.
4) Testen Sie die Aussage an der Funktion $f(x,y)=e^{\sin(x)*y}*\ln(x+y)$
5) Bilden Sie $d^3 f(x,y)$

6) Ermitteln Sie ein Extremum der Funktion $f(x, y)=x^2+y^2-4x-9y+13$

7) $df=0$ ist zwar notwendig, aber nicht hinreichend für ein Maximum. Ermitteln Sie ähnlich wie im $\mathbb{R}^2$ Nebenbedingungen, die das 2. totale Differential erfüllen muss.

3. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

Für Tangenten an implizite Funktionen $f(x, y)=0$ erhalten wir mit Hilfe des Differentials

$$d\,f(x, y)=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy=0 \;\Rightarrow\; \frac{dy}{dx}=y'=-\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

Hinweis: die Null bedeutet hier, dass das totale Differential immer Null ist un nicht etwa, dass hier nur ein Extremum gesucht wird.

Eine Gleichung, die mit einer Funktion $y(x)$ auch deren Ableitung(en) $y', y'', \ldots$ enthält, heißt Differentialgleichung. Die Fragestellung, welche Funktionsgleichung(en) eine gegebene Differentialgleichung erfüllt/en, tritt in der Praxis relativ häufig auf, ist jedoch Stoff des 3. Semesters.

Für Funktionen mit komplexen Variablen ist der Ableitungsbegriff wie im Reellen erklärt.

$$f'(z)=\lim_{\Delta z\to 0}\frac{f(z+\Delta z)-f(z)}{\Delta z}$$

Ein komplexe Zahl lässt sich in Real- und Imaginärteil zerlegen: $z=x+i*y$. Setzt man dies in die Funktionsgleichung ein, so lässt sich die komplexe Funktion komplett in eine Realteil- und eine Imaginärteilfunktion zerlegen:

$$f(z)=f(x+i*y)=g(x, y)+i*h(x, y)$$

Die Funktionen $g(x, y), h(x, y)$ sind rein reelle Funktionen in zwei reellen Variablen. Für die Ableitung erhält man mit $\Delta z=\Delta x+i*\Delta y$

$$f'(z)=\lim_{\Delta z\to 0}\frac{g(x+\Delta x, y+\Delta y)+i*h(x+\Delta x, y+\Delta y)-g(x, y)-i*h(x, y)}{\Delta x+i*\Delta y}$$

Die weitere Aufarbeitung diese Ausdrucks erfolgt in der nächsten Vorlesungsstunde.

Aufgaben

Eine Ellipse hat die Funktionsgleichung $a*x^2+b*y^2-r=0$. Welche Steigung haben die Tangenten an die Ellipse in den Schnittpunkten der Ellipse mit der Geraden $y=c*x$?

Zerlegen Sie folgende komplexe Funktionen in ihre Real- und Imaginärteile:

$$f(z)=(a+i*b)*z^2+(c+i*d)*z+(e+i*f)$$
$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{z}}$$
$$f(z)=z*e^z$$

4. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

Fortsetzung der Untersuchung der Ableitung komplexer Funktionen. Da die Ableitung unabhängig von der Annäherungsmethode an den Punkt *z* ist, können wir den zuletzt ermittelten Term getrennt für *x* und *y* auswerten ($\Delta y = bzw. \Delta x = 0$). Dies führt auf folgende Beziehungen zwischen den Ableitungen:

$$\frac{\partial g(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial h(x,y)}{\partial y} \quad und \quad \frac{\partial h(x,y)}{\partial x} = -\frac{\partial g(x,y)}{\partial y}$$

Diese Gleichungen sind als „Cauchy-Riemann'sche Differentialgleichungen“ bekannt und spielen eine Rolle in den Feldgleichungen der theoretischen Elektrotechnik (*einer der Gründe, weshalb komplexe Zahlen in der Elektrotechnik so beliebt sind*).

Extremwerte mit Nebenbedingungen. Für ein Extremum einer Funktion ist eine Nullstelle der Ableitung eine notwendige Bedingung (*hinreichend aber erst im Zusammenhang mit Eigenschaften höherer Ableitungen*). Sind mehrere Variable im Spiel, so existieren häufig Nebenbedingung, mit denen einige Variablen eliminiert werden können:

$f(x,y)$: Funktion, deren Extremum zu ermitteln ist

$g(x,y)=0$: Nebenbedingung, funktionaler Zusammenhang zwischen *x* und *y*

Aus den Nebenbedingungen und der Aufgabenstellung resultieren oft noch weitere Bedigungen, beispielsweise einzuhaltende Definitionsbereiche: $x \in [a,b]$

Vorgehensweise: $g(x,y)=0$ nach *y* auflösen, in $f(x,y)$ einsetzen, Ableitung bilden und deren Nullstellen bestimmen. Eine so gefundene Nullstelle ist Lösung, wenn aus den höheren Ableitungen (*oder dem Aufbau*) die gesuchte Extremumart resultiert und der Wert im Definitionsbereich liegt (*andernfalls ist eine der Intervallgrenzen der gesuchte Extremalwert*).

Vorgestellt an mehreren Beispielen. Nicht behandelt wegen Lahmheit des Publikums: Lagrange'sche Multiplikatoren für eine zusätzliche Teillinearisierung komplexerer Systeme (*wird später nachgeholt*).

Nullstellenberechnung bei komplizierteren Gleichungen. Wiederholung: Bisektionsverfahren, Erzwingen einfacher Nullstellen bei Polynomen durch

$$P_e(x) = \frac{P(x)}{ggT(P(x), P'(x))}$$

(*siehe Vorlesungen Mathematik I, dort bereits komplett behandelt*).

Aufgaben

Prüfen Sie die Cauchy-Riemann'schen Differentialgleichungen durch Differenzieren der in Real- und Imaginärteile zerlegten Funktion aus den Aufgaben zur 3. Vorlesung.

Aus einer rechteckigen Platte mit den Maßen 3m*5m soll ein Verschlag an eine Häuserwand angebaut werden. Der Verschlag hat ein Dach, eine Vorderseite und ein Seitenteil, die 2. Seite bleibt offen. Wie müssen die Platten zugeschnitten werden, damit

a) das Volumen möglichst groß wird,

b) der Verschnitt möglichst klein wird.

5. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

Wiederholung: Polynome mit einfachen Nullstellen erzwingen.

Newton'sches Iterationsverfahren. Aus dem nichtlinearen Problem, entlang einer Kurve die Nullstelle zu finden, wird mit Hilfe der Differential ein lineares Problem erzeugt, dass einen Näherungswert für die Nullstelle liefert. Dies führt auf die Iterationsfunktion

$$x_{n+1}=\Phi(x_n)=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Wenn das Verfahren konvergiert, existiert ein Fixpunkt $x=\Phi(x)$ (*vergleiche Banach'schen Fixpunktsatz in Vorlesung 34, 1. Semester*).

Eine genauere Untersuchung liefert Konvergenz im Fall

$$sign(x_n-x)*sign(f'(x))*sign(f''(x))=1$$

Es muss daher für eine Einsatzbeurteilung einiges über die Funktion bekannt oder ein Algorithmus vorhanden sein, der Intervalle auf die Existenz von Nullstellen untersuchen kann (*siehe aber auch Aufgaben, Kriterien für den praktischen Einsatz auf dem Computer wurden ebenfalls diskutiert*).

Praktisches Beispiel: Berechnen von $\sqrt{a}$. Mit $f(x)=x^2-a$ finden wir

$$\Phi(x)=1/2(x+\frac{a}{x})$$

Bei der Iteration verdoppelt sich die Anzahl guter Stellen in jedem Iterationsschritt

Beispiel 2: Division zweier Zahlen mit Hilfe einer Iteration.

Aufgaben

Untersuchen Sie ein Schema, dass $sign(f(x)), sign(f'(x)), sign(f''(x))$ verwendet, um Konvergenz vorherzusagen (*wurde in der Vorlesung bereits vorgeführt*).

6. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

Für die Iteration einer Division finden wir mit $\frac{a}{b}=a*(b^{-1})$ den allgemeinen Ansatz $f(x)=x^n*b^n-1$. Mit $n=-1$ finden wir die Iterationsfunktion $\Phi(x)=2*x-x^2*b$, die keine Division mehr enthält und deren Fixpunkt b^{-1} ist. Die weitere Untersuchung wie in Vorlesung 5 zeigt, dass eine Konvergenz bei Annäherung von kleineren Werten (*bei positivem b*) erfolgt.

Um Intervalle zu finden, in denen eine Funktion Nullstellen besitzt, kann man sich bei reellen Funktionen, speziell Polynomen, der Sturm'schen Kette bedienen. Die Sturm'sche Kette ist eine Funktionenfolge $f_{0,}f_{1,...}f_n$ mit den Eigenschaften

a) $f_n(x)=c\neq 0$

b) $f_0(a)=0 \;\Rightarrow\; f_1(a)\neq 0$

c) $f_k(a)=0 \;\Rightarrow\; sign(f_{k-1}(a))=-sign(f_{k+1}(a))\neq 0$

Diese Bedingungen sorgen dafür, dass die Anzahl der Vorzeichenwechseln in der Kette bei Auswertung für verschiedene Argumente sich nur dann ändern kann, wenn $f_0(x)$ zwischen den Werten eine Nullstelle besitzt (*genauere Präsentation der Idee in der Vorlesung*). Um die Anzahl der Nullstellen in einem Intervall $[a,b]$ festzustellen, ist der Betrag der Differenz der Vorzeichenwechsel in der Kette an den Stellen *a* und *b* zu berechnen.

Für Polynome lässt sich eine Sturm'sche Kette folgendermaßen erzeugen:

$$f_0(x)=P(x)/ggT(P(x),P'(x))$$
$$f_1(x)=P(x)/ggT(P(x),P'(x))$$
$$f_{k-1}(x)=q(x)*f_k(x)-f_{k+1}(x)$$

Krümmungskreis und Krümmungsradius. Anstelle einer Tangente an eine Kurve kann man auch einen Schmiegekreis an die Kurve legen, der das Verhalten in der näher der untersuchten Stelle u.U. Besser beschreibt als eine Gerade. Die Koordinaten des Kreismittelpunktes sollen im weiteren bestimmt werden.

1. Erkenntnis: die den Radius bechreibende Gerade ist senkrecht zur Tangente.

Fortsetzung in der nächsten Stunde.

Aufgaben [1]

Begründen Sie die Funktionsweise der Sturm'sche Kette nochmals grafisch (*Wiederholung des Vorlesungsinhaltes*).

Untersuchen Sie $P(x)=x^3-1{,}5*x^2+0{,}71*x-0{,}105$ im Intervall $[0,1]$ auf Nullstellen mit Hilfe einer Sturm'schen Kette.

Berechnen sie die Nullstelle von $P(x)=x^3-3x^2+3x-9$ mit Hilfe einer Newton-Iteration (*3-fache Nullstelle bei* $x=3$). Beobachten Sie das Verhalten der Werte bei Annäherung von Links und Rechts an die Nullstelle. Vergleichen Sie es mit der Berechnung einer Nullstelle von $P(x)=x^3-3x^2+3x-10$. Könnten Rundungsfehler eine Rolle bei dem unterschiedlichen Verhalten spielen?

7. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

Krümmungskreis. Der Tangentenvektor an einen Funktionsgraph $y=f(x)$ ist durch $\vec{\alpha}'(x)=\begin{pmatrix}1\\ f'(x)\end{pmatrix}$ gegeben. Mittels Drehmatrizen finden wir als Vektor auf der Verbindungslinie Kreismittelpunkt-Kurvenpunkt $\vec{r}=\begin{pmatrix}f'(x)\\ -1\end{pmatrix}$. Die Richtung muss ggf. noch festgelegt werden.

Legen wir in den Krümmungskreis einen Einheitskreis und betrachten zwei nahe beieinander liegende Punkte auf dem Krümmungskreis bzw. der Kurve, so folgt aus dem Strahlensatz $\kappa=\frac{1}{r}=\frac{d\alpha}{ds}$, wobei $d\alpha$ der Winkel oder Kreisbogenabschnitt des Einheitskreises ist, ds die (differentielle) Kurvenlänge. κ Wird Krümmung genannt, der Kehrwert ist der Krümmungsradius.

$d\alpha$ ist aufgrund der Geometrie auch die Änderung des Winkels zwischen Tangente und X-Achse. Wegen $f'(x)=\tan(alpha)$ gilt dann $d\alpha=\frac{f''(x)}{\sqrt{1+f'(x)^2}}dx$.

1 Hinweis: möglicherweise sind dies die letzten Aufgaben, die ich für die Allgemeinheit stelle. Die meisten scheinen sich ohnehin nicht um einer ernsthafte Bearbeitung zu bemühen, und wenn ich die Übungsleiter richtig interpretiere, halten diese die Bearbeitung meiner Aufgaben ohnehin weder für notwendig noch wünschenswert noch möglich. Folglich wird wohl ab demnächst gelten: Übungen: stehen im Buch oder im Internet. Lösungen dazu: auch.

Für ds finden wir entsprechend $ds=\sqrt{dx^2+dy^2}=\sqrt{1+f'(x)^2}dx$, also

$$\frac{d\alpha}{ds}=\frac{f''(x)}{\left(1+f'(x)^2\right)^{3/2}}$$

Dieser Ausdruck enthält bei genauerer Analyse bereits die Richtung des Raduisvektor.

Der Ortsvektor des Kreismittelpunktes ist somit

$$\vec{R}=\frac{1}{\kappa}\frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}+\begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix}$$

=> Sie haben hier Kenntnisse aus der Geometrie, der Vektor- und Matrizenrechnung und der Differentialrechnung benötigt und im Zusammenspiel gesehen.

Integralrechnung. Anwendungsbeispiel: gefahrene Strecke aus der Aufzeichung eines Fahrtenschreibers, der die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit notiert, ermitteln.

Wir definieren die Abbildung $I=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x_k=\int_a^b f(x)dx$. Sie bildet eine Funktion auf einem Intervall $[a,b]\subset\mathbb{R}$ auf einen Wert $I\in\mathbb{R}$ ab und heißt bestimmtes Integral der Funktion $f(x)$ über dem Intervall $[a,b]$.

Voraussetzung für die Existenz des Integrals: sei $f(x)$ eine beschränkte Funktion, dann existieren Schranken, so dass $m\le f(x)\le M$ auf $[a,b]$. Dann folgt $m(b-a)\le\int_a^b f(x)dx\le M(b-a)$.

Aufgaben [2]

1) Sei $f(x)$ eine reelle Funktion. Zeichnen Sie einen beliebigen Graphen und singen Sie ein Lied darüber.
2) *ds* ist die differentielle Bogenlänge. Unterstreichen Sie das Wort „Bogenlänge“ und diskutieren Sie mit Studenten aus anderen Kulturkreisen darüber.
3) Zum Integral einer Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[a,b]$: suchen Sie den Begriff „Integral“ mit Google im Internet und versteigern Sie ihn anschließend bei ebay.
4) Sei $g(x)$ eine Funktion mit blauem Graphen auf weißem, grau karierten Grund. Nehmen Sie Kontakt zu einem Sozialpädagogen Ihrer Wahl auf und lasse Sie sich die differenzierte Betrachtungsweise erklären.
5) Laden Sie die Daten eines beliebigen Top-Models aus dem Internet (*beispielsweise Claudia Schiffer*). Führen Sie eine Kurvendiskussion durch und achten Sie besonders auf Rundungsfehler.

Spezialaufgaben für Leute, denen das nicht genügt.[3]

a) Gegeben sei $y=x^2$. Versuchen Sie, den Graphen, auf dem die Mittelpunkte aller Schmiegekreise liegen, zu ermitteln. Hilfe: versuchen Sie zunächst, aufgrund plausibler Überlegungen einen Graphen zu skizieren. Versuchen Sie anschließend, die analytische Darstellung (*Kurve* $\vec{\beta}(x)$) zu berechnen (*Formeln aus der Vorlesung*) und prüfen Sie Ihre Annahmen.

b) Die Voraussetzungen für die Existenz eines Integrals sind so wie oben nicht vollständig. Zusätzlich zur Beschränkheit ist zu fordern, dass nur endlich viele Unstetigkeitsstellen existieren. Versuchen Sie, dies zu begründen.

---

2 Niveaumäßig angepasst, um Überforderungen auszuschließen.

3 Durch Lösen dieser Aufgaben vereinsamen Sie sich. Ich bin aufgefordert, Studenten, die meine Aufgaben lösen können, statistisch nicht zu beachten.

8. Vorlesung

Die Vorlesungsinhalte in Stichworten

Wiederholung: auf einem Intervall differenzierbare Funktion, stetige Funktion, beschränkte Funktion mit endlich vielen Unstetigkeitsstellen, beschränkte Funktion mit unbeschränkter Menge an Unstetigkeitsstellen. Im Folgenden ist jeweils darauf zu achten, die richtigen Voraussetzungen an den Funktionstyp zu stellen.

Aus $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(\xi)(x_k - x_{k-1}) \quad mit \quad x_0 = a, x_n = b$ lässt sich folgendes Ableiten:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b dx = (b-a)$$

$$\int_a^b f(x) + g(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$\int_a^b c * f(x)dx = c * \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$$

$$f(x) \le g(x), a < b \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$$

$$\left|\int_a^b f(x)dx\right| \le \int_a^b |f|(x)dx$$

$$sign(g(x)) = const.: \int_a^b f(x) * g(x)dx = f(\xi) * \int_a^b g(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = f(\xi) * (b-a)$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen definieren wir nun den Begriff Stammfunktion. Aus $I(t) = \int_a^t f(x)dx$ mit variabler Obergrenze *t* finden wir: $I'(x) = \frac{dI(x)}{dx} = f(x)$. Eine Stammfunktion ist eine Funktion, deren Ableitung die Funktion unter dem Integral ist.

-> bestimmtes Integral: $\int_a^b f(x)dx = I$, berechnen eines Zahlenwertes

-> unbestimmtes Integral: $\int f(x)dx = I(x)$, bestimmen der Stammfunktion.

Beispiele für die Umkehrung der Differentiation, einfache Integrationsregeln für Standardfunktionen.

Aufgaben

Gibt es diesmal nicht. Üben Sie die Umkehrung einfacher Standardfunktionen und machen Sie sich die o.g. Beziehungen klar.

Ausklang

Liebe Studenten! Zum Ende möchte ich nicht versäumen, insbesondere den Rädelsführern unter Ihnen meine Hochachtung auszusprechen (*das ist ernst gemeint*). Diverse Stimmungsmache und Aktionen hat es ja hier schon immer gegeben – nicht nur gegen mich, sondern gegen eine ganze Reihe von Kollegen. Die Art, wie Sie sich dieses Mal durchgesetzt haben, ist aber schon recht beeindruckend. Einen Hochschullehrer so zu instrumentalisieren, dass er die Veranstaltung eines anderen aktiv torpediert, den Dekan an der Nase herum zu führen und obendrein die eigenen Kommilitonen noch gründlich zu verarschen – Hut ab! Chapeau! Das hat noch keiner so hinbekommen! (*Haben die das eigentlich schon verstanden, was Sie da letztendlich abgezogen haben?*) Überlegen Sie sich doch mal, die Sparte zu wechseln. Als Politiker haben Sie doch wesentlich bessere Chance denn als Informatiker. Wenn es Ihnen gelingt, eben mal so nebenbei die mit allen Wassern der Intrige gewaschenen Profis der Hochschulselbstverwaltung an der Nase herum zu führen – was wollen Sie mehr?

Ist Ihnen allerdings schon aufgefallen, dass das nicht immer klappt? Wenn Sie meckern, dass alles zu schwer ist, verfällt der Dekan in Aktivität, für die nur eine Regel gilt: bloß nicht den informieren oder mit hinzuziehen, über den gemeckert wird! (*Nach 10 Jahren FHOOW muss ich wohl feststellen: man kann nicht Dekan werden, wenn man sich nicht an diese Regel hält*) Wenn Sie meckern, dass in der umgekehrten Richtung was nicht stimmt, passiert nichts. (*Nach 10 Jahren FHOOW muss ich wohl feststellen: man kann nicht Dekan werden, wenn man sich nicht an diese Regel hält*) Ich wette, daran werden selbst Sie nichts ändern können (*sofern Verbesserungen überhaupt in Ihrem Sinn sind*).

So, war 'ne lustige Zeit mit Ihnen. Aber wir sehen uns ja noch bei den Übungen. Können Sie raten, welche Erwartungen bezüglich Ihres Einsatzes habe? Also, enttäuschen Sie mich nicht!

FREIHEIT FÜR ALLE GASE! WEG MIT DEN DRUCKMINDERERN! NIEDER MIT DEN REAKTIONÄREN GASGESETZEN! FREIE ENTHALPIE FÜR ALLE! [4]

Sitzen zwei Mathematiker am unendlich fernen Punkt und sägen Modulformen. Sagt der eine „Du, morgen ist Primzahltag.“ Entgegnet der andere: „Das geht mir glatt am Integral vorbei. Ich geh' sowieso nicht hin!“

Mathematikvorlesung! Unendliche Langeweile! Und wieder bricht das 2. Semester auf zu Formeln, die noch nie ein Mensch zuvor gesehen hat!

---

4 Falls Sie das nicht verstehen, fragen Sie mal einen Mitstudenten aus NWT danach.